

## Zur Berechnung von $\psi$ -Werten für Baukonstruktionen im Bereich bodenberührter Bauteile

### *I. Vorbemerkung*

Die „indirekte Methode“ zur Berechnung des thermischen Leitwerts der Gebäudehülle nach EN ISO 10211 [1] basiert auf einem eindimensionalen Berechnungsansatz, der im Nachhinein durch Aufsummierung sog. „Leitwertzuschläge“ korrigiert wird. Die Leitwertzuschläge werden jeweils durch Bildung des Produkts aus dem „ $\psi$ -Wert“ und der zugehörigen Länge errechnet.

Da die „indirekte Methode“ mehrdeutig und nicht für jeden Spezialfall normativ geregelt ist, führt sie immer wieder zu Verunsicherung und in der Folge auch zu – durchaus auch schwerwiegenden – Fehlern. Im Fall bodenberührter Bauteile, für den ja eine eindimensionale Modellierung von vornherein fragwürdig erscheint, ist die Verunsicherung besonders ausgeprägt. Daher soll hier ein Versuch der Klärung anstehender Fragen unternommen werden. Hierbei werden allgemein gültige, wesentliche Grundsätze untersucht und dargelegt. Die oft gewünschte kochbuchartige Beschreibung einer einzuhaltenden Vorgangsweise könnte lediglich Spezialfälle abdecken und wird hier bewusst vermieden.

Von grundsätzlicher Bedeutung ist die Einsicht, dass die „indirekte Methode“ eine reine Rechenvorschrift zur Korrektur des Fehlers der eindimensionalen Modellierung ist. Daher ist es in der überwiegenden Zahl der Fälle auch unzulässig und irreführend, den mittels zweidimensionalen Wärmebrückenberechnungen ermittelten „ $\psi$ -Werten“ irgendeine physikalische Bedeutung beizumessen. Zu betonen ist allerdings, dass die „indirekte Methode“ bei richtiger Anwendung zum gleichen Resultat – dem thermischen Leitwert der Gebäudehülle – führt wie die „direkte Methode“ der EN ISO 10211 [1] oder eine dreidimensionale Modellierung des gesamten Gebäudes.

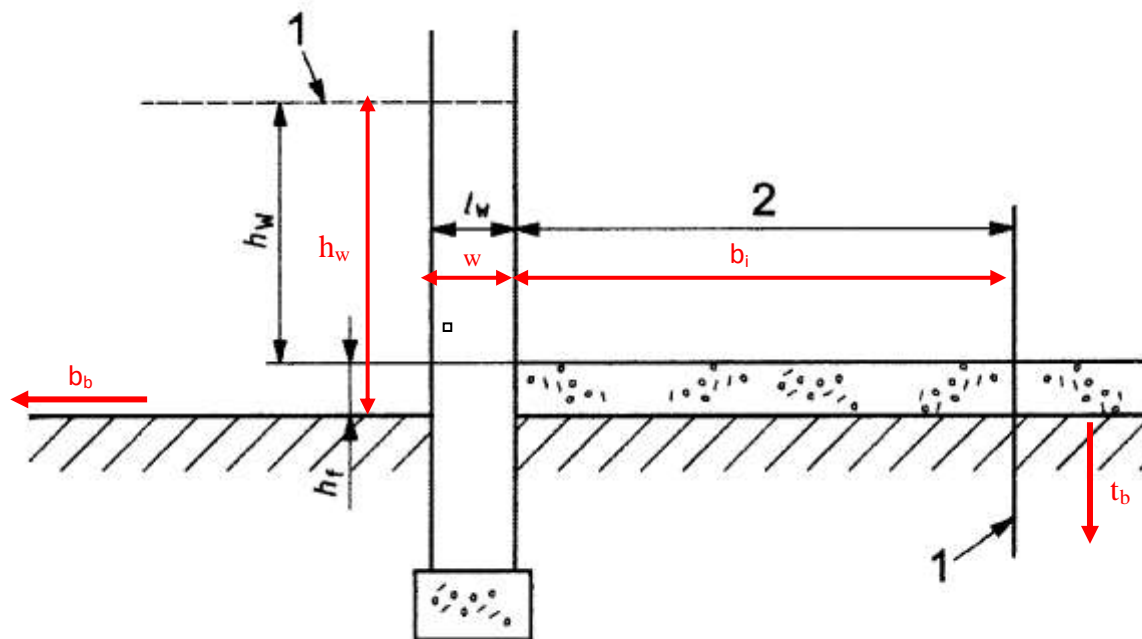
Die Mehrdeutigkeit der „indirekten Methode“ wird durch den Umstand hervorgerufen, dass das verwendete eindimensionale Berechnungsmodell zur Beantwortung der Problemstellung (Berechnung des Leitwerts der Gebäudehülle, Heizwärme- und Heizenergiebedarfsberechnung, Sommertauglichkeitsberechnung, ...) grundsätzlich nicht geeignet ist und auf verschiedenste Weise konstruiert werden kann. Der Fehler der eindimensionalen Berechnung ist somit eng mit der Art des gewählten eindimensionalen Modells verbunden. Die Korrektur dieses Fehlers mittels Leitwert-Zu- oder Abschlägen wird dann und nur dann richtige Resultate liefern, wenn die Berechnung der  $\psi$ -Werte und der Längen unter Zugrundelegung des exakt gleichen eindimensionalen Modells erfolgt wie die Berechnung des Gesamtleitwerts.

Die nachfolgende Untersuchung des Spezialfalls bodenberührter Bauteile fußt auf den normativen Vorgaben der EN ISO 10211 [1], der EN ISO 13370 [2] und der ÖNorm B8110-6 [3].

## II. Fall 1: Fundamentplatte

Dieser – und nur dieser Fall – ist in der EN ISO 10211 [1] behandelt. Zur Berechnung des Korrekturfaktors  $\psi_g$  werden zwei grundverschiedene „Optionen“ A und B angegeben. Da nur die Option A den Anspruch auf eine bestmögliche Korrektur des Ergebnisses der eindimensionalen Berechnung erfüllt, wird auch nur dieser Fall hier besprochen.

Die nachfolgende Prinzipskizze ist der EN ISO 10211 [1] entnommen.



**Abb. 1:** Prinzipskizze einer Fundamentplatte (Quelle: EN ISO 10211 [1]); in diesem Aufsatz wird nur auf die rot bezeichneten Größen Bezug genommen

Nach den österreichischen Baunormen sind (mit Ausnahme der ÖNorm B8110-3 [4]) zur Flächenermittlung stets Außenabmessungen heran zu ziehen. Nach EN ISO 10211 [1] ist die Höhe der Außenwand ab der Erdbodenoberkante zu messen. Auch die Ermittlung der Fläche  $A$  der gesamten Fundamentplatte des Gebäudes und des Perimeters  $P$  erfolgt unter Zugrundelegung von Außenabmessungen.

In die näherungsweise Berechnung der Wärmeverluste über die Fundamentplatte gemäß EN ISO 13370 [2] geht als Kenngröße für die Geometrie der Fundamentplatte das „charakteristische Bodenplattenmaß“  $B'$  gemäß

$$B' = \frac{2 \cdot A}{P} \quad (1)$$

ein. Diese Größe ist bereits als „hydraulischer Radius“ für Rohre beliebiger Querschnittsform aus dem Gebiet der Hydraulik bekannt.

Die Breite  $b_i$  in Abb. 1 sollte lt. EN ISO 10211 [1] mit  $\frac{B'}{2}$  identisch sein. Ist  $\frac{B'}{2}$  größer als 4,0 m, so kann lt. EN ISO 10211 eine Breite von  $b_i = 4,0 \text{ m}$  der Modellierung zugrunde gelegt werden.

**Anmerkung:** Die Beschränkung von  $b_i$  auf maximal 4,0 m dient offenkundig dazu, das Berechnungsmodell nicht zu groß werden zu lassen. Schließlich ist gemäß

EN ISO 10211 Erdreich bis zu einer Tiefe von  $t_b = 5 \cdot b_i$  - gemessen von der Erdoberfläche – aufzunehmen. Auch die horizontale Erstreckung des Erdreichs – gemessen von der Außenseite der Außenwand - ist mit  $b_b = 5 \cdot b_i$  anzusetzen.

Aus Gründen der Genauigkeit wird jedoch empfohlen,  $b_i$  generell mit  $\frac{B'}{2}$  gleichzusetzen, sofern das verwendete Wärmebrückenprogramm auch für größere Berechnungsmodelle geeignet ist.

Das hier relevante Ergebnis einer zweidimensionalen Durchrechnung – der längenbezogene thermische Leitwert  $L_{i,e}^{2D}$  - ist ein Maß für den Wärmedurchgang von innen nach außen und beinhaltet damit den Wärmefluss durch den modellierten Teil der Außenwand, durch die Wärmebrücke im Anschlussbereich zwischen Außenwand und Fundamentplatte und durch die Fundamentplatte der Breite  $b_i$ .

Um einen „ $\psi$ -Wert“ zu erhalten, ist – wie bei luftberührten Bauteilen - die Differenz zwischen dem numerisch errechneten Leitwert  $L_{i,e}^{2D}$  und einem in eindimensionaler Modellierung errechneten Leitwert  $L_{i,e}^{1D}$  zu bilden. Da im Fall bodenberührter Bauteile eindimensionale Berechnungsmodelle grundsätzlich nicht brauchbar sind, werden im Folgenden Näherungsverfahren zur Beschreibung des Wärmedurchgangs durch den Erdboden kurz rekapituliert und mit dem Thema dieser Untersuchung in Bezug gebracht.

## II.1 Das eindimensionale Modell

Gemäß ÖNorm B8110-6 [3] sind zwei Näherungsverfahren zur Berechnung des Wärmeabflusses durch die Fundamentplatte zugelassen. Zum einen kann die Thematik nach der EN ISO 13370 [2] behandelt werden. Zum anderen ist auch das Rechnen mit sog „Temperaturkorrekturfaktoren“ zulässig. Da der Wert des Korrekturfaktors  $\psi$  u. a. von der Wahl des verwendeten Verfahrens abhängt, werden im Folgenden beide Ansätze besprochen.

### II.1.1 Berechnung gemäß EN ISO 13370

Gemäß EN ISO 13370 [2] wird der Wärmedurchgang durch die Fundamentplatte über einen fiktiven U-Wert  $U_g$  beschrieben, der wie folgt zu berechnen ist:

$$U_g = \frac{2 \cdot \lambda}{\pi \cdot B' + d_t} \cdot \ln\left(\frac{\pi \cdot B'}{d_t} + 1\right) \quad . \quad (2)$$

$\lambda$  ist hierin die Wärmeleitfähigkeit des Erdbodens und  $d_t$  die „wirksame Gesamtdicke der Bodenplatte“ - eine fiktive Länge -, die gemäß

$$d_t = w + \frac{\lambda}{U_f} \quad (3)$$

$w$  ... Breite der Außenwand [m] (siehe Abb. 1)

zu berechnen ist.  $U_f$  in Gleichung (3) ist der Wärmedurchgangskoeffizient der Fundamentplatte, der so zu berechnen ist, als ob die Fundamentplatte gegen Außenluft grenzen würde. Gemäß EN ISO 13370 [2] ist  $U_f$  ohne Berücksichtigung von Schüttungen und/oder

Rollierungen unterhalb der Bodenplatte zu berechnen. Die Wärmeübergangswiderstände sind mit  $R_{s,i} = 0,17 \text{ m}^2\text{KW}^{-1}$  und  $R_{s,e} = 0,04 \text{ m}^2\text{KW}^{-1}$  anzusetzen.

**Anmerkung:**  $U_f$  und  $U_g$  sind vollkommen unterschiedliche Größen und dürfen nicht verwechselt werden!

Das Berechnungsmodell der EN ISO 13370 stellt eine Näherung dar, die über das charakteristische Bodenplattenmaß  $B'$  die Geometrie und über die wirksame Gesamtdicke  $d_t$  die Dämmung der Fundamentplatte berücksichtigt. Im Zuge der Entwicklung der EN ISO 13370 wurden von mir begleitend numerischen Berechnungen durchgeführt, die zeigten, dass die Genauigkeit der Ergebnisse der Näherungsmethode zumeist in der Bandbreite von  $\pm 10\%$  angesiedelt ist.

### II.1.2 Berechnung mit Temperaturkorrekturfaktoren

Gemäß ÖNorm B8110-6 [3] ist es auch zulässig, den Wärmedurchgang durch die Fundamentplatte mittels Verwendung von Temperaturkorrekturfaktoren grob vereinfacht zu beschreiben. Der U-Wert der Fundamentplatte  $U_f$  wird dabei durch Multiplikation mit dem Reduktionsfaktor  $f$  gemäß

$$U_g = f \cdot U_f \quad (4)$$

in den gesuchten, fiktiven U-Wert  $U_g$  übergeführt. Der Temperaturkorrekturfaktor  $f$  hat gemäß ÖNorm B8110-6 [3] für Fundamentplatten den Wert  $f = 0,70$ . Bei diesem stark vereinfachenden Verfahren bleibt die Geometrie der Fundamentplatte unberücksichtigt. Das Ergebnis dieser Grobnäherung kann mitunter sehr stark von den realen Verhältnissen abweichen.

### II.1.3 Berechnung des Leitwerts im eindimensionalen Modell

Die Berechnung des längenbezogenen Leitwerts für den in Abbildung 1 skizzierten Gebäudeausschnitt erfolgt im eindimensionalen Modell unter Verwendung von Außenabmessungen gemäß

$$L_{i,e}^{1D} = U_w \cdot h_w + U_g \cdot (b_i + w) \quad . \quad (5)$$

Je nachdem, ob  $U_g$  nach dem Verfahren der EN ISO 13370 oder nach der Grobnäherung der ÖNorm B8110-6 mittels Temperaturkorrekturfaktoren berechnet wurde, ergeben sich – mitunter deutlich – unterschiedliche Werte für  $L_{i,e}^{1D}$ .

## II.2 Berechnung des $\psi_g$ -Werts

Dem Konzept des „indirekten Verfahrens“ der EN ISO 10211 [1] entsprechend wird der  $\psi_g$ -Wert durch Bildung der Differenz aus dem Ergebnis der numerischen Berechnung  $L_{i,e}^{2D}$  und dem Ergebnis aus der eindimensionalen Näherung  $L_{i,e}^{1D}$  errechnet:

$$\psi_g = L_{i,e}^{2D} - L_{i,e}^{1D} = L_{i,e}^{2D} - U_w \cdot h_w - U_g \cdot (b_i + w) \quad . \quad (6)$$

Es sollte nicht der Fehler gemacht werden, die Größe des erhaltenen  $\psi_g$ -Werts mit der thermischen Qualität des Bauteilanschlusses zwischen Fundamentplatte und Außenwand in direkte Verbindung zu bringen. Immerhin kompensiert der  $\psi_g$ -Wert ja auch den Fehler, der mit dem vereinfachten Modell für den Wärmeabfluss durch die Fundamentplatte gemacht

wurde. Unmittelbares Zeichen dieses Umstands sind die mitunter vollkommen unterschiedlichen Werte für  $\psi_g$ , die sich für ein und dieselbe Konstruktion ergeben je nachdem, welches Verfahren zur Berechnung von  $U_g$  eingesetzt wurde.

## II.2 Anwendung des $\psi_g$ -Werts

Gemäß EN ISO 10211 [1] ergibt sich der Teilleitwert für die Fundamentplatte zu

$$L_g = U_g \cdot A + \psi_g \cdot P \quad . \quad (7)$$

Mit diesem Ansatz wird versucht, sowohl den Einfluss der Wärmebrücke zwischen Fundamentplatte und Außenwand zu berücksichtigen als auch den Fehler, der bei der Berechnung von  $U_g$  gemacht wurde, zu kompensieren.

Wie in [5] gezeigt wurde, führt jedoch die Multiplikation von  $L_{t,e}^{2D}$  - und somit auch von  $\psi_g$  - mit dem Perimeter  $P$  zu einem Fehler, der im Fall von bodenberührten Bauteilen in nicht mehr tolerierbaren Größenordnungen liegen kann. Da dieser Fehler in der Vernachlässigung des dreidimensional ablaufenden Wärmedurchgangs im Bereich der Ecken der Fundamentplatte begründet ist, wird für Fälle, in denen der Einfluss des Wärmeverlusts über die Fundamentplatte das thermische Verhalten des Gebäudes wesentlich beeinflusst (z. B. im Fall größerer Fabrikshallen), eine dreidimensionale Berechnung dringend empfohlen.



### III.1 Eindimensionales Modell

Gemäß Abbildung 2 setzt sich der längenbezogene Wärmeverlust des beheizten Raums im eindimensionalen Modell aus dem Wärmeverlust durch die Außenwand und dem Wärmeverlust durch die Kellerdecke zusammen:

$$\Phi = (U_w \cdot h_w + U_c \cdot b_c) \cdot (\Theta_i - \Theta_e) \quad . \quad (10)$$

Der längenbezogene Leitwert zwischen innen und außen im eindimensionalen Modell beträgt somit

$$L_{i,e}^{1D} = U_w \cdot h_w + U_c \cdot b_c \quad . \quad (11)$$

### III.2 Zweidimensionales Modell

Ergebnis einer zweidimensionalen Berechnung für den in Abb. 2 gezeigten Ausschnitt sind bei Verwendung eines geeigneten Wärmebrückenprogramms die Elemente der Leitwert-Matrix  $L_{i,e}^{2D}$ ,  $L_{i,c}^{2D}$  und  $L_{c,e}^{2D}$  (3-Raum-Fall), woraus sich der längenbezogene Wärmeverlust des beheizten Raumteils zu

$$\Phi = L_{i,e}^{2D} \cdot (\Theta_i - \Theta_e) + L_{i,c}^{2D} \cdot (\Theta_i - \Theta_c) \quad . \quad (12)$$

ergibt. Dieser Wärmeverlust kann nicht unmittelbar mit jenem des eindimensionalen Modells - siehe Gleichung (10) - verglichen werden, da in Gleichung (12) die vorerst unbekannte Lufttemperatur im unbeheizten Keller  $\Theta_c$  auftritt.

Die Kellertemperatur kann über die Bilanzierung der Wärmez- und -abflüsse des Keller-raums ermittelt werden, wobei das eindimensionale Berechnungsmodell heran zu ziehen ist.

**Anmerkung:** Es wäre verfehlt, die zweidimensional errechneten Leitwerte für die Berechnung der Kellertemperatur heran zu ziehen, da mit diesen ja nur ein Teil der Kellergeometrie erfasst ist und zudem die Belüftung des Kellerraums nicht berücksichtigt wird.

Eine genaue Berechnung der Kellertemperatur würde eine dreidimensionale Durchrechnung des gesamten Kellergeschosses inklusive des umgebenden Erdreichs voraussetzen und müsste die Lüftungswärmeverluste des Kellers berücksichtigen.

Die Wärmebilanzgleichung für das unbeheizte Kellergeschoss in eindimensionaler Näherung lautet

$$(A_c \cdot U_{bf} + H \cdot P \cdot U_{bw} + h \cdot P \cdot U_w + 0,33 \cdot n_l \cdot V_c) \cdot (\Theta_c - \Theta_e) + A_c \cdot U_f \cdot (\Theta_c - \Theta_i) = 0 \quad . \quad (13)$$

Die Lufttemperatur des unbeheizten Kellers  $\Theta_c$  ergibt sich aus Bilanzgleichung (13) als Gewichtsmittel aus Außen- und Innenlufttemperatur:

$$\Theta_c = \frac{\sum L_c - A_c \cdot U_f}{\sum L_c} \cdot \Theta_e + \frac{A_c \cdot U_f}{\sum L_c} \cdot \Theta_i \quad , \quad (14)$$

wobei die Leitwert-Summe  $\sum L_c$  gemäß

$$\sum L_c = A_c \cdot U_{bf} + H \cdot P \cdot U_{bw} + h \cdot P \cdot U_w + 0,33 \cdot n_l \cdot V_c + A_c \cdot U_f \quad (15)$$

definiert ist.

Die gesuchte Temperaturdifferenz  $(\Theta_i - \Theta_e)$  kann nun durch Einsetzen in Gleichung (14) in die Form

$$\Theta_i - \Theta_e = \frac{\sum L_c - A_c \cdot U_f}{\sum L_c} \cdot (\Theta_i - \Theta_e) \quad (16)$$

gebracht werden.

Der Wärmeverlust des beheizten Raumteils kann somit nach Gleichung (12) in der Form

$$\Phi = L_{i,e}^{2D} \cdot (\Theta_i - \Theta_e) + L_{i,c}^{2D} \cdot \frac{\sum L_c - A_c \cdot U_f}{\sum L_c} \cdot (\Theta_i - \Theta_e) \quad (17)$$

dargestellt werden. Als Leitwert zwischen innen und außen ergibt sich somit

$$L^{2D} = L_{i,e}^{2D} + L_{i,c}^{2D} \cdot \frac{\sum L_c - A_c \cdot U_f}{\sum L_c} \quad (18)$$

### III.3 Berechnung des $\psi$ -Werts

Da nun sowohl der aus dem eindimensionalen Modell abgeleitete Leitwert  $L_{i,e}^{1D}$  - siehe Gleichung (11) - als auch der entsprechende, aus der numerischen Berechnung abgeleitete Leitwert  $L^{2D}$  (nach Gleichung (18)) vorliegt, kann der gesuchte  $\psi$ -Wert unmittelbar mittels Differenzbildung angegeben werden:

$$\psi = L^{2D} - L_{i,e}^{1D} = L_{i,e}^{2D} + L_{i,c}^{2D} \cdot \frac{\sum L_c - A_c \cdot U_f}{\sum L_c} - U_w \cdot h_w - U_c \cdot b_c \quad (19)$$

Analog zu dem für den Fall der Fundamentplatte Gesagten kompensiert der  $\psi$ -Wert nicht nur den Fehler der eindimensionalen Berechnung, der durch die Wärmebrückeneinflüsse im Bereich der Einbindung der Kellerdecke in die Außenwand zustande kommt, sondern auch die Fehler, die in der näherungsweise Berechnung der Wärmeflüsse über das Erdreich (gemäß EN ISO 13370) gemacht wurden.



### *Literatur*

- [1] prEN ISO 10211, Wärmebrücken im Hochbau – Wärmeströme und Oberflächentemperaturen – Detaillierte Berechnungen, Schluss-Entwurf (2007)
- [2] EN ISO 13370, Wärmetechnisches Verhalten von Gebäuden – Wärmeübertragung über das Erdreich – Berechnungsverfahren, Entwurf (2005)
- [3] ÖNorm B8110-6, Wärmeschutz im Hochbau – Teil 6: Grundlagen und Nachweisverfahren – Heizwärmebedarf und Kühlbedarf, (2007)
- [4] ÖNorm B8110-3, Wärmeschutz im Hochbau – Teil 3: Wärmespeicherung und Sonneneinflüsse, (1999)
- [5] K. Kreč & E. Panzhauser, „Methoden der Erfassung von Wärmebrücken im internationalen Vergleich“, Bauphysik der Aussenwände, Internationaler Bauphysikkongress, Berlin 1997, 207-216 (1997)